

## TẦN SỐ CỦA PHOTON

Vũ Huy Toàn

Công ty cổ phần CONINCO-MI

4 Tôn Thất Tùng, Hà Nội. Email: [vuhuytoan@conincomi.vn](mailto:vuhuytoan@conincomi.vn)

Như chúng ta đã biết, photon được hình thành từ hai hạt cơ bản là electron mang điện tích âm và positron mang điện tích dương (còn gọi là dipole DQ) [1]. Khi tốc độ quay của DQ đạt đến mức sao cho bán kính tác dụng của nó giảm nhỏ hơn khoảng cách tới một điện tích bất kỳ nào đó, khiến cho nó thoát khỏi hoàn toàn tương tác điện, hay còn gọi là trạng thái “trung hoà điện tích”. Khi đó, xảy ra quá trình chuyển hoá ngoại năng điện của dipole thành nội năng hấp dẫn của photon.

Mặt khác, ta cũng được biết đến nguyên tử hydrozen với một proton mang điện tích dương và một electron mang điện tích âm quay xung quanh. Xét về tương tác điện thuần túy thì hai hiện tượng này hoàn toàn tương đương nhau. Tuy nhiên, với proton, ngoài tương tác điện ra, nó còn có tương tác hấp dẫn với khối lượng quán tính trong trường hấp dẫn lớn gấp hơn 1800 lần khối lượng quán tính của nó và của electron trong trường điện; kết quả là proton có thể được coi như đứng yên, còn electron quay xung quanh. Trong khi đó, với electron và positron thì khác, cả hai đều tương đương nhau về phương diện quán tính nên chúng cùng quay xung quanh tâm quán tính chung của chúng. Từ đây sẽ dẫn đến sự khác nhau về tính lượng tử mô men động lượng quỹ đạo trong hai trường hợp, vì tác dụng tối thiểu trong hai trường hợp sẽ không như nhau.

Ở trường hợp với electron quay quanh proton, ta đã biết đến lượng tử tác động bằng hằng số Planck  $h \approx 6,63 \times 10^{-34}$  Js, còn trong trường hợp của electron với positron ta còn chưa biết nó sẽ bằng bao nhiêu? Tuy nhiên, để có thể tìm ra được giá trị của nó, ta sẽ bắt đầu bằng việc xem xét lại các quỹ đạo của electron trong nguyên tử hydrozen trước, vì trạng thái năng lượng của nó liên quan chặt chẽ tới hiện tượng được coi là “bức xạ” ra lượng tử năng lượng (photon) theo công thức của Planck:

$$\varepsilon = h\nu \quad (1)$$

với  $\nu$  – là tần số của photon tương ứng.

### 1. Trạng thái năng lượng của electron trong nguyên tử hydrozen

Từ [1, 2] ta biết rằng mô-men động lượng quỹ đạo của electron trong nguyên tử hydrozen bị lượng tử hóa theo nguyên lý tác động tối thiểu:

$$L_i = m_e V_i R_i = i \frac{h}{2\pi} = i\hbar \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

ở đây,  $m_e \approx 9,1 \times 10^{-31}$  kg – là khối lượng của electron;  $V_i$  – là tốc độ của electron trên quỹ đạo thứ  $i$  với bán kính  $R_i$  tương ứng. Mặt khác, với chuyển động tròn, electron chịu tác động của hai lực cân bằng nhau là lực ly tâm và lực điện hướng tâm:

$$\frac{k_c q_e^2}{R_i^2} = \frac{m_e V_i^2}{R_i} \quad (3)$$

ở đây  $q_e \approx 1,6 \times 10^{-19}$  C – là điện tích của electron;  $k_c \approx 9 \times 10^9$  N.m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>. Kết hợp (2) và (3), ta được các biểu thức xác định bán kính quỹ đạo  $R_i$  và tương ứng với nó là tốc độ quỹ đạo của electron  $V_i$ :

$$V_i = \frac{k_c q_e^2}{\hbar} i^{-1} = V_1 i^{-1}; \quad (4)$$

ở đây ký hiệu: 
$$V_1 = \frac{k_c q_e^2}{\hbar}; \quad (5)$$

$$V_1 \approx \frac{9 \times 10^9 \times 1,6^2 \times 10^{-38}}{1,055 \times 10^{-34}} \approx 2,18 \times 10^6 \text{ (m/s)}; \quad (6)$$

và: 
$$R_i = \frac{\hbar^2}{m_e k_c q_e^2} i^2 = R_1 i^2, \quad (7)$$

với 
$$R_1 = \frac{\hbar^2}{m_e k_c q_e^2}. \quad (8)$$

$$R_1 \approx \frac{1,055^2 \times 10^{-68}}{9,1 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^9 \times 1,6^2 \times 10^{-38}} \approx 5,3 \times 10^{-11} \text{ (m)}. \quad (9)$$

Cơ năng của electron khi đó theo [1] bằng:

$$E_i = \frac{m_e V_i^2}{2} = E_1 i^{-2} \quad (10)$$

với: 
$$E_1 = \frac{m_e V_1^2}{2} \quad (11)$$

$$E_1 \approx \frac{9,1 \times 10^{-31} \times 2,18^2 \times 10^{12}}{2} \approx 2,16 \times 10^{-18} \text{ J} \quad (12)$$

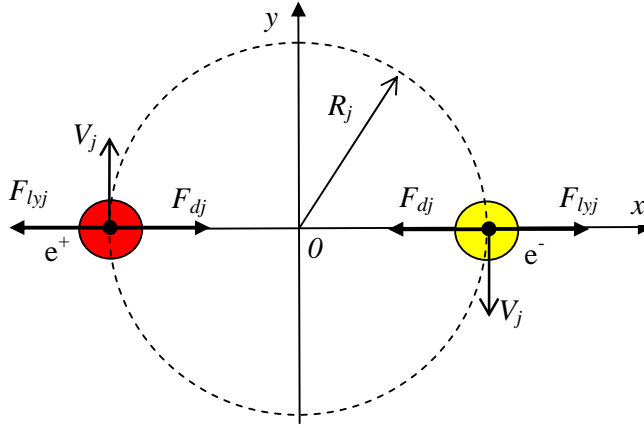
Dưới đây là bảng liệt kê các thông số của một số quỹ đạo đầu tiên.

Chỉ số quỹ đạo electron	$i$		1	2	3	4
Bán kính quỹ đạo	$R_i$	m	$5,2918 \times 10^{-11}$	$2,1167 \times 10^{-10}$	$4,7626 \times 10^{-10}$	$8,4668 \times 10^{-10}$
Tốc độ quỹ đạo	$V_i$	m/s	2.187.689	1.093.844	729.230	546.922
Mức năng lượng quỹ đạo	$E$	J	$2,1799 \times 10^{-18}$	$5,4497 \times 10^{-19}$	$2,4221 \times 10^{-19}$	$1,3624 \times 10^{-19}$
Hiệu năng lượng	$\varepsilon_{1-2}$	J	$1,6349 \times 10^{-18}$	$3,013 \times 10^{-19}$	$1,0545 \times 10^{-19}$	$4,8810 \times 10^{-20}$
	$\varepsilon_{1-3}$	J		$1,9377 \times 10^{-18}$	$4,0673 \times 10^{-19}$	$1,5501 \times 10^{-19}$
	$\varepsilon_{1-4}$	J			$2,0436 \times 10^{-18}$	$4,5777 \times 10^{-19}$
Tần số tính theo Planck	$\nu = \varepsilon/h$	Hz	$2,4674 \times 10^{15}$	$4,5692 \times 10^{14}$	$1,5992 \times 10^{14}$	$7,4021 \times 10^{13}$
				$2,9243 \times 10^{15}$	$6,1684 \times 10^{14}$	$2,3394 \times 10^{14}$
					$3,0842 \times 10^{15}$	$6,9087 \times 10^{14}$
Bước sóng tính theo Planck	$\lambda_i$	m	$1,2150 \times 10^{-7}$	$6,5611 \times 10^{-7}$	$1,8746 \times 10^{-6}$	$4,0501 \times 10^{-6}$
				$1,0252 \times 10^{-7}$	$4,8601 \times 10^{-7}$	$1,2815 \times 10^{-6}$
					$9,7202 \times 10^{-8}$	$4,3394 \times 10^{-7}$

Những ô được đánh dấu màu xanh là giá trị của các bước sóng ánh sáng nhìn thấy để đối chiếu với các giá trị bước sóng của photon ở Mục 3.

## 2. Tác dụng tối thiểu trong tương tác của cặp electron và positron

Bước tiếp theo, tương tự như đối với electron trong nguyên tử hydrozen, ta sẽ xem xét khả năng về những quỹ đạo khả dĩ của electron và positron trong photon có thể được hình thành, khi bỏ qua quá trình hình thành photon từ dipole DQ. Giả sử có một photon với bán kính quỹ đạo  $R_j$  trong hệ quy chiếu (HQC)  $xOy$  gắn với tâm quán tính của cặp electron-positron như được mô tả trên hình vẽ dưới đây.



Lúc này cặp electron-positron quay xung quanh tâm quán tính chung  $O$  của chúng, mà tâm này có thể được coi là đứng yên tương đối trong HQC  $xyz$ . Trong HQC này, ta có các biểu thức xác định lực tác động lên cặp electron-positron khi chúng quay tròn xung quanh tâm quán tính chung  $O$  với lưu ý là khối lượng quán tính của chúng bây giờ vẫn là  $m_e$  với nghĩa là khối lượng quán tính riêng của mỗi hạt [1]:

$$F_{dj} = \frac{k_c q_e^2}{4R_j^2} \quad (13)$$

$$F_{lyj} = \frac{m_e V_j^2}{R_j} \quad (14)$$

- Từ điều kiện cân bằng lực hướng tâm Coulomb  $F_{dj}$  (13) với lực ly tâm  $F_{lyj}$  (14), ta có:

$$\frac{m_e V_j^2}{R_j} = \frac{k_c q_e^2}{4R_j^2} \quad (15)$$

Từ đây rút ra được:

$$R_j = \frac{k_c q_e^2}{4m_e V_j^2} \quad (16)$$

- Từ điều kiện lượng tử hoá mô men động lượng cho cả cặp electron-positron [2]:

$$2L_j = 2m_e V_j R_j = j \frac{h_{ph}}{2\pi} = j \hbar_{ph} \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (17)$$

ở đây,  $h_{ph}$  – là tác dụng tối thiểu dành cho cặp electron-positron trong photon; hiện nó vẫn còn là đại lượng chưa biết, cần phải xác định. Tuy nhiên, ta được biết đến hằng số siêu tinh tế  $\alpha$  như là đại lượng liên hệ giữa năng lượng của tương tác giữa các electron trong nguyên tử với năng lượng của photon [4]:

$$\alpha = \frac{k_c q_e^2}{\hbar c} \approx 0.007297346 \quad (18)$$

Hay có thể hiểu như là sự chênh lệch về tác dụng tối thiểu trong hai trường hợp mà ta đang xét ở đây và vì vậy, có thể viết:

$$\frac{\hbar_{ph}}{\hbar} = \frac{h_{ph}}{h} = \alpha \quad (24)$$

Từ đây có thể rút ra được tác dụng tối thiểu cho tương tác của cặp electron-positron này:

$$h_{ph} = h\alpha \approx 4,8352723 \times 10^{-36} \text{ (Js)} \quad (25)$$

$$\hbar_{ph} = \frac{h_{ph}}{2\pi} \approx 7,6955748 \times 10^{-37} \text{ (Js)} \quad (26)$$

Tức là bây giờ, đã có thể tiến hành tính toán các thông số quỹ đạo của photon bắt đầu bằng việc thay (16) vào (17) rồi biến đổi đi, ta được:

$$\frac{k_c q_e^2}{2V_j} = j\hbar_{ph}. \quad (27)$$

Từ đây rút ra được tốc độ quỹ đạo trong chuyển động quay của electron và positron:

$$V_j = \frac{k_c q_e^2}{2\hbar_{ph}} j^{-1} = V_1 j^{-1}, \quad (28)$$

ở đây, ta đặt: 
$$V_1 = \frac{k_c q_e^2}{2\hbar_{ph}} \approx 149.896.229 \text{ (m/s)} \quad (29)$$

là tốc độ quỹ đạo đầu tiên. Có thể thấy:  $V_1 < c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  là hợp lý rồi.

Thay (28) trở lại vào (16), ta được:

$$R_j = \frac{\hbar_{ph}^2}{m_e k_c q_e^2} j^2 = R_1 j^2 \quad (31)$$

ở đây, ta đặt: 
$$R_1 = \frac{\hbar_{ph}^2}{m_e k_c q_e^2} \approx 2,8179407 \times 10^{-15} \text{ (m)} \quad (32)$$

là bán kính quỹ đạo đầu tiên. Ta cần biết khi các hạt này tiến đến gần nhau, quỹ đạo đầu tiên, tương ứng với chỉ số quỹ đạo  $j = 1$ , chỉ có thể là quỹ đạo với bán kính không thể nhỏ hơn bán kính của các hạt này:  $R_1 > r_e$ . Ta lại được biết bán kính của các hạt này trong vật lý với tên gọi là “bán kính cổ điển” được xác định qua biểu thức của Einstein:  $E = mc^2$  là  $\approx 2,8 \times 10^{-15} \text{ m}$  [3]. Tuy nhiên, từ [1] ta đã biết rằng biểu thức năng lượng toàn phần của một vật trong trường lực thế phải là  $W = 2mc^2$ , tức là lớn hơn gấp 2 lần biểu thức của Einstein, vì vậy, bán kính của electron sẽ phải nhỏ hơn 2 lần “bán kính cổ điển” nói trên, do đó ta có:  $r_e \approx 1,4 \times 10^{-15} \text{ m}$ . Từ đây cho thấy bán kính theo (32) là thừa thỏa mãn cho quỹ đạo đầu tiên.

### 3. Tần số của photon

Tần số quay của electron-positron ở quỹ đạo thứ  $j$  là:

$$v_j = \frac{1}{T_j} = \frac{V_j}{2\pi R_j}. \quad (33)$$

Thay (28) và (31) vào (33) rồi giản ước đi, ta được:

$$\nu_j = \nu_1 j^{-3}. \quad (34)$$

với: 
$$\nu_1 = \frac{V_1}{2\pi R_1}. \quad (35)$$

Thay  $V_1$  và  $R_1$  từ (29) và (32) vào (35), ta được:

$$\nu_1 \approx 0,846601 \times 10^{22} \text{ (Hz)}.$$

Từ (34) có thể thấy, photon có tần số tỷ lệ nghịch với lập phương chỉ số quỹ đạo  $j$  thay đổi rất lớn từ cỡ  $\sim 10^{22}$  Hz, tương ứng với hạt  $\gamma$ , cho tới rất nhỏ cỡ vài Hz như đã được quan sát thấy trong thực tế.

Quan hệ giữa bước sóng  $\lambda_j$  với tần số  $\nu_j$  của photon tuân theo công thức:

$$\lambda_j = \frac{c}{\nu_j} \quad (36)$$

Thay  $\nu_j$  từ (34) vào (36), ta được: 
$$\lambda_j = \frac{c}{\nu_1} j^3 = \lambda_1 j^3 \quad (37)$$

với: 
$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} \approx 3,41129 \times 10^{-14} \text{ (m)}$$

Từ công thức (34), có thể tính được tần số của photon với các chỉ số quỹ đạo:  $j = 231, 239$  và  $265$  tương ứng bằng:  $6,8682 \times 10^{14}$  Hz;  $6,20133 \times 10^{14}$  Hz;  $4,54926 \times 10^{14}$  Hz. Tương tự như vậy theo (37), ta được các bước sóng tương ứng là:  $4,36493 \times 10^{-7}$  m;  $4,83432 \times 10^{-7}$  m;  $6,58991 \times 10^{-7}$  m. So sánh với các bước sóng theo công thức của Planck trong các ô có đánh dấu màu xanh trong Bảng ở Mục 1, ta nhận thấy có một sự sai lệch khoảng  $\sim 0,4\%$ . Điều này cho thấy, có sai số trong việc xác định các hằng số vật lý, trong đó có hằng số  $\alpha$ , cũng như sai số của các phép đo trên thực tế cần phải được tính đến. Ta sẽ còn quay trở lại đề tài này trong thời gian tới.

Tóm lại, tần số cũng như bước sóng của photon cũng là đại lượng bị lượng tử hóa. Dưới đây, tác giả đưa ra bảng tính các kết quả bước sóng của ánh sáng nhìn thấy trong phạm vi  $0,4-0,7 \mu\text{m}$  để tiện đối chiếu với các kết quả đo được bằng thực nghiệm, vì trên thực tế, việc đo bước sóng được thực hiện dễ dàng hơn đo tần số. Từ đây có thể thấy trong dải ánh sáng nhìn thấy, có 37 lượng tử bước sóng tương ứng với các chỉ số quỹ đạo  $j = 225 \div 277$ .

Chỉ số quỹ đạo photon ( $j$ )		224	225	226	227	228	229	230	231	232	233
Bước sóng ( $\lambda_j$ )	$10^{-7}$ m	3,980	4,034	4,088	4,142	4,197	4,252	4,308	4,365	4,422	3,980
Lượng tử $\Delta\lambda_j = \lambda_{j+1} - \lambda_j$	$10^{-9}$ m		5,354	5,402	5,450	5,498	5,547	5,595	5,644	5,693	5,354
$\delta\lambda_j = \Delta\lambda_j/\lambda_j$	$10^{-3}$		13,27	13,22	13,16	13,10	13,04	13,0	12,93	12,88	12,82

Chỉ số quỹ đạo photon ( $j$ )		234	235	236	237	238	239	240	241	242	243
Bước sóng ( $\lambda_j$ )	$10^{-7}$ m	4,537	4,596	4,655	4,714	4,774	4,834	4,895	4,957	5,019	5,081
Lượng tử $\Delta\lambda_j = \lambda_{j+1} - \lambda_j$	$10^{-9}$ m	5,792	5,842	5,892	5,942	5,992	6,043	6,094	6,145	6,196	6,247
$\delta\lambda_j = \Delta\lambda_j/\lambda_j$	$10^{-3}$	12,73	12,71	12,66	12,61	12,55	12,50	12,45	12,40	12,35	12,29

## TẦN SỐ CỦA PHOTON

Chỉ số quỹ đạo photon ( $j$ )		244	245	246	247	248	249	250	251	252	253
Bước sóng ( $\lambda_j$ )	$10^{-7}$ m	5,081	5,144	5,208	5,272	5,336	5,401	5,467	5,60	5,667	5,735
Lượng tử $\Delta\lambda_j = \lambda_{j+1} - \lambda_j$	$10^{-9}$ m	6,247	6,299	6,351	6,403	6,455	6,508	6,560	6,666	6,720	6,773
$\delta\lambda_j = \Delta\lambda_j/\lambda_j$	$10^{-3}$	12,29	12,24	12,20	12,46	12,10	12,05	12,0	11,90	11,86	11,81

Chỉ số quỹ đạo photon ( $j$ )		254	255	256	257	258	259	260	261	262	263
Bước sóng ( $\lambda_j$ )	$10^{-7}$ m	5,803	5,872	5,941	6,011	6,081	6,152	6,224	6,296	6,369	6,442
Lượng tử $\Delta\lambda_j = \lambda_{j+1} - \lambda_j$	$10^{-9}$ m	6,827	6,881	6,935	6,989	7,044	7,099	7,154	7,209	7,264	7,320
$\delta\lambda_j = \Delta\lambda_j/\lambda_j$	$10^{-3}$	11,76	11,72	11,67	11,63	11,58	11,54	11,49	11,45	11,41	11,36

Chỉ số quỹ đạo photon ( $j$ )		264	265	266	267	268	269	270	271	272	273
Bước sóng ( $\lambda_j$ )	$10^{-7}$ m	6,516	6,590	6,665	6,740	6,816	6,893	6,970	7,048	7,126	7,205
Lượng tử $\Delta\lambda_j = \lambda_{j+1} - \lambda_j$	$10^{-9}$ m	7,376	7,432	7,488	7,545	7,604	7,659	7,716	7,773	7,831	7,889
$\delta\lambda_j = \Delta\lambda_j/\lambda_j$	$10^{-3}$	11,32	11,28	11,24	11,19	11,15	11,11	11,07	11,03	10,99	10,95

Việc lựa chọn sai số chỉ tới phần mười nanô mét ( $10^{-10}$  m) là do độ lớn của mỗi “lượng tử bước sóng” đã cỡ 5÷8 nanô mét ( $10^{-9}$  m), tương đương ~1 % bước sóng rồi. Hy vọng các nhà vật lý thực nghiệm có thể tiến hành đo đạc thực tế với ánh sáng trắng để kiểm chứng những kết quả tiên đoán lý thuyết này. Nếu kết quả thực nghiệm mà phù hợp thì có nghĩa là CDM là hoàn toàn đúng đắn.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Vũ Huy Toàn. *Con đường mới của vật lý học*, NXB Khoa học & Công nghệ, Hà nội, 2007.
- [2]. Vu Huy Toan. *Least – action Principle and quantum Mechanics*, Proceedings of IMFP-2005 – International Meeting on Frontiers of Physics, Kuala Lumpur, 2005.
- [3] Б. М. Яворский А. А. Детлаф. *Справочник по физике*. Физматлит. “Наука”, Москва, 1996.
- [4] Wikipedia. Постоянная тонкой структуры.

[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%8F%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F\\_%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B9\\_%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D1%8B](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%8F%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B9_%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D1%8B)