GIẢI PHÁP PHÓNG TÀU VŨ TRỤ AN TOÀN, TIẾT KIỆM

Vũ Huy Toàn

Công ty cổ phần CONINCO-MI
4 Tôn Thất Tùng, Hà Nội. Email: vuhuytoan@conincomi.vn

Tóm tắt

Xuất phát từ cách đặt lại vấn đề về động lực học các vật thể chuyển động với khối lượng thay đổi cùng với sự bất đồng nhất của không gian lân cận bề mặt Trái đất, tác giả đã tính toán lại chuyển động của tên lửa vũ trụ và phát hiện ra nhiều vấn đề có tính "kinh điển" từ trước tới nay không còn đúng nữa và qua đó, đã đề xuất một giải pháp phóng tàu vũ trụ hoàn toàn khác so với cách phóng truyền thống. Giải pháp này cho phép tiết kiệm nhiên liệu so với cách phóng cũ, giảm thiểu yêu cầu đối với kết cấu của tên lửa và tăng đáng kể độ an toàn.

Từ khoá: *Định luật bảo toàn động lượng, động cơ phản lực, vật thể chuyển động với khối lượng thay đổi.*

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

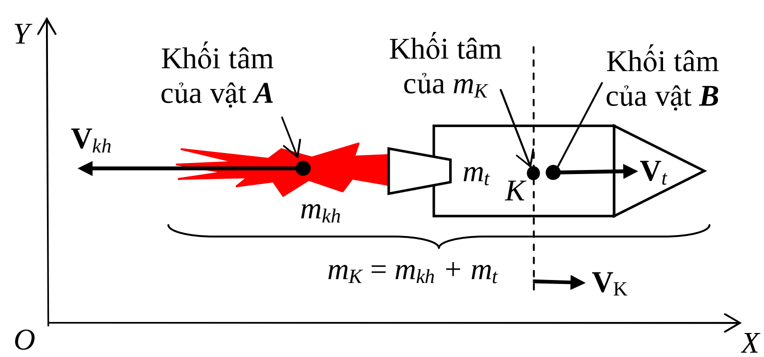
Động cơ phản lực nói chung và động cơ tên lửa nói riêng đã được nghiên cứu từ hơn 80 năm trước và cũng hơn nửa thế kỷ nay đã trở thành một dạng phương tiện phổ biến trong lĩnh vực giao thông, chinh phục vũ trụ, quốc phòng và ngày càng được hoàn thiện và phát triển về kết cấu, chủng loại, tính năng kỹ thuật v.v.. Tuy vậy, riêng về động lực học tên lửa cho đến nay vẫn hoàn toàn dựa vào các kiến thức kinh điển từ hơn một thế kỷ qua, trong đó phải kể đến phương trình chuyển động của vật với khối lượng thay đổi được Mescerxkii đưa ra từ năm 1897 [1, 2]. Trên cơ sở đó, phương trình động lực học cơ bản của tên lửa trong không gian tự do, không có lực hấp dẫn có dạng:

$$m_t \frac{d\mathbf{V}_t}{dt} = \mathbf{V}_{td} \frac{dm_t}{dt} \tag{1}$$

ở đây, m_t – là khối lượng của tên lửa; $\mathbf{V}_{td}$ – là vận tốc tương đối của khí phụt ra so với tên lửa:

$$\mathbf{V}_{td} = \mathbf{V}_{kh} - \mathbf{V}_t \tag{2}$$

với $\mathbf{V}_{kh}$ và $\mathbf{V}_t$ – tương ứng là vận tốc của khí phụt ra và vận tốc của tên lửa so với HQC khối tâm K của cả hệ, mà hệ này lại chuyển động với vận tốc $\mathbf{V}_K$ trong HQC quán tính XOY nào đó như được thể hiện trên Hình 1.



Hình 1. Chuyển động của tên lửa trong HQC quán tính *XOY*

Từ thực tế là $V_{kh} > V_t$ nên véc tơ hiệu $\mathbf{V}_{td}$ có chiều trùng với chiều của véc tơ $\mathbf{V}_{kh}$ và vì các véc tơ $\mathbf{V}_{kh}$ và $\mathbf{V}_t$ ngược chiều nhau nên có thể viết lại (2) dưới dạng modul:

$$V_{td} = V_{kh} + V_t \tag{3}$$

Biểu thức ở vế phải của (1) là lực đẩy của động cơ phản lực, vốn được xác định theo biểu thức:

$$\mathbf{F}_{dc} = -\mathbf{V}_{td}\frac{dm_{kh}}{dt} \tag{4}$$

với m_{kh} – là khối lượng của khí phụt ra. Song, vì khối lượng khí phụt ra đúng bằng khối lượng nhiên liệu bị đốt cháy m_{nl} và bằng hiệu của khối lượng của cả hệ tên lửa và khí là m_K với khối lượng của tên lửa (bao gồm cả nhiên liệu chưa cháy) m_t:

$$m_{kh} = m_{nl} = m_K - m_t$$

nên ta có:

$$\mathbf{F}_{dc} = -\mathbf{V}_{td}\frac{dm_{kh}}{dt} = \mathbf{V}_{td}\frac{dm_t}{dt} \tag{5}$$

như đã thấy trong phương trình (1). Giải phương trình (1) ra, người ta được công thức liên hệ giữa sự biến thiên tốc độ của tên lửa với biến thiên khối lượng của nó vẫn được áp dụng rộng rãi cho đến ngày nay:

$$\mathbf{V}_t - \mathbf{V}_0 = -\mathbf{V}_{td}\ln\frac{m_0}{m_t} \tag{6}$$

ở đây m_0 và $\mathbf{V}_0$ – tương ứng là khối lượng và vận tốc ban đầu của tên lửa. Có thể viết lại (6) ở dạng modul:

$$V_t - V_0 = V_{td}\ln\frac{m_0}{m_t} \tag{7}$$

Khi có tính tới sự ảnh hưởng của hấp dẫn, người ta chỉ đưa thêm vào vế trái của (1) một số hạng là trọng lực $\mathbf{P}_{t\alpha}$ do Trái đất tác động vào tên lửa theo hướng trùng với hướng phụt ra của khí thải, vì xem (1) là định luật 2 Newton viết cho tên lửa nên có thể viết:

$$m_t\frac{d\mathbf{V}_t}{dt} = \mathbf{F}_{dc} + \mathbf{P}_{t\alpha} \tag{8}$$

và khi đó công thức (6) sẽ xuất hiện thêm đại lượng bằng $\mathbf{g}_\alpha t$ – là thành phần tốc độ do hấp dẫn gây nên bởi hình chiếu của gia tốc trọng trường lên phương chuyển động tương ứng là $\mathbf{g}_\alpha$:

$$\mathbf{V}_t - \mathbf{V}_0 = -\mathbf{V}_{td}\ln\frac{m_0}{m_t} + \mathbf{g}_\alpha t \tag{9}$$

Có thể viết lại (9) ở dạng modul:

$$V_t - V_0 = V_{td}\ln\frac{m_0}{m_t} - g_\alpha t \tag{10}$$

Tuy nhiên, trong cơ học cổ điển, đã được biết đến định luật 2 của động lực học Newton đối với một vật có khối lượng $m_t \neq$ const, chuyển động với vận tốc $\mathbf{V}_t$ được viết ở dạng đạo hàm của động lượng $\mathbf{p}_t$ chứ không phải của vận tốc $\mathbf{V}_t$ như ở (1):

$$\frac{d\mathbf{p}_t}{dt} = \mathbf{F}_\Sigma \tag{11}$$

trong đó $$\mathbf{p}_t = m_t \mathbf{V}_t \qquad (12)$$

là động lượng của vật; $\mathbf{F}_\Sigma$ – là ngoại lực tổng hợp tác động lên vật. Đối với một vật cô lập không chịu tác động của ngoại lực thì chỉ còn:

$$\frac{d\mathbf{p}_t}{dt} = 0 \qquad (13)$$

hay viết dưới dạng giới hạn: $$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{p}_t}{\Delta t} = 0 \qquad (14)$$

Trong bài toán động lực học tên lửa, bản thân tên lửa cũng được coi gần đúng là cô lập nên thay vì áp dụng (11), người ta đã sử dụng (14) để rồi chứng minh được công thức (1). Tuy nhiên, có một điều mà người ta đã quên mất đó là nếu áp dụng (13), hay kể cả là (14), thì biểu thức động lượng phải chứa các đại lượng liên quan tới toàn bộ hệ tên lửa (khối lượng m_K và vận tốc $\mathbf{V}_K$) gồm cả phần khí phụt ngược trở lại (gọi là vật ***A***) với khối lượng là m_{kh} và cả phần tên lửa cùng nhiên liệu bay đi (gọi là vật ***B***) có khối lượng chung là m_t như đã được mô tả trên Hình 1.

Khi đó, động lượng của cả hệ "tên lửa + khí phụt ra" bằng:

$$\mathbf{p}_K = m_K \mathbf{V}_K \qquad (15)$$

Và vì đã giả thiết là một hệ cô lập không có tác động của ngoại lực nên vận tốc của khối tâm K sẽ không thay đổi: $\mathbf{V}_K$ = const, do đó:

$$\frac{d\mathbf{p}_K}{dt} = 0 \qquad (16)$$

là điều có thể hiểu được. Chỉ đối với khối lượng m_K, khi không có tác động của ngoại lực, mới có thể nói tới định luật bảo toàn động lượng trong HQC XOY:

$$m_{kh}\mathbf{V}_{kh} + m_t \mathbf{V}_t = m_K \mathbf{V}_K \qquad (17)$$

Nhưng vấn đề sẽ khác hoàn toàn khi định luật 2 Newton được viết không phải cho cả hệ với khối lượng m_K mà là chỉ cho phần tên lửa với khối lượng m_t thôi (cho dù vào thời điểm ban đầu $t = 0$: $m_t = m_0 = m_K$). Khi đó, không thể nào áp dụng các biểu thức (13) và (14) được, vì lúc này, phần tên lửa với khối lượng m_t không phải là cô lập, không chịu tác động của ngoại lực nữa mà trái lại, nó chịu tác động của lực đẩy $\mathbf{F}_{dc}$ do khối khí m_{kh} phụt ra, tức là cần phải áp dụng (11) chứ không phải là (14) như từ trước tới nay vẫn làm [1, 2, 3, 4]. Lực đẩy này tuy là nội lực của hệ có khối lượng m_K, nhưng lại là ngoại lực đối với phần tên lửa có khối lượng m_t. Tức là đối với riêng phần tên lửa, chứ không phải với cả tên lửa và khí phụt ra, ta phải có định luật 2 Newton viết trong HQC XOY ở dạng:

$$\frac{d\mathbf{p}_t}{dt} = \mathbf{F}_{dc} \qquad (18)$$

ở đây $$\mathbf{p}_t = m_t(\mathbf{V}_t - \mathbf{V}_0) \qquad (19)$$

với $\mathbf{V}_0$ và $\mathbf{V}_t$ – là các các vận tốc ban đầu và vận tốc tức thời của tên lửa so với HQC XOY . Trong bài toán tên lửa, vào thời điểm ban đầu, tên lửa đứng yên so với HQC XOY nên $\mathbf{V}_K = 0$, tức là HQC gắn với khối tâm K đứng yên so với HQC XOY và do đó, các véc tơ $\mathbf{V}_{kh}$ và $\mathbf{V}_t$ đều là các vận tốc được đo trong HQC XOY này, vì vậy, biểu thức động lượng (19) của phần tên lửa có khối lượng m_t vẫn quay trở về dạng (12).

Nếu áp dụng (18), sau khi thay (12) vào, lẽ ra ta đã phải có:

$$m_t \frac{d\mathbf{V}_t}{dt} + \mathbf{V}_t \frac{dm_t}{dt} = \mathbf{F}_{dc} \tag{20}$$

Đây mới đúng là định luật 2 Newton viết cho vật thể có khối lượng thay đổi khi chuyển động trong không gian tự do (với HQC *XOY*), không có lực hấp dẫn, nhưng vận tốc chuyển động của khối tâm $\mathbf{V}_K$ của cả hệ bằng 0 so với HQC *XOY*. Thay $\mathbf{F}_{dc}$ từ (5) vào (20), ta được phương trình chuyển động của riêng tên lửa m_t:

$$m_t \frac{d\mathbf{V}_t}{dt} + \mathbf{V}_t \frac{dm_t}{dt} = \mathbf{V}_{td} \frac{dm_t}{dt} \tag{21}$$

So sánh (21) với (1), ta có thể thấy có sự khác nhau ở vế trái: đó là sự xuất hiện thêm một số hạng nữa, mà như thế có nghĩa là nghiệm của nó sẽ phải khác với (6) là điều chắc chắn. Nếu chuyển nó sang vế phải, ta có:

$$m_t \frac{d\mathbf{V}_t}{dt} = (\mathbf{V}_{td} - \mathbf{V}_t) \frac{dm_t}{dt} \tag{22}$$

Tính đến chiều ngược nhau của các véc tơ $\mathbf{V}_{td}$ và $\mathbf{V}_t$, ta có thể viết lại (22) dưới dạng modul:

$$m_t \frac{dV_t}{dt} = (V_{td} + V_t) \frac{dm_t}{dt} \tag{23}$$

Song, có một điều rất lạ là cho đến nay, không một ai sử dụng phương trình (23) này cả mà đều xuất phát từ biểu thức (13) để cuối cùng đều đi đến công thức (1), tức là vô hình chung đã áp dụng định luật 2 Newton cho vật thể có khối lượng không đổi trong khi ở đây, khối lượng của tên lửa m_t lại thay đổi?

Thậm chí vào năm 1992, còn xuất hiện bài báo [5] đặt vấn đề rằng khi không chịu tác động của ngoại lực (vế phải của (21) bằng 0) thì dường như tên lửa vẫn bị một lực bằng $-V_t dm_t/dt$ tác động lên nó khiến nó chuyển động với tốc độ V_t mà như vậy, theo các tác giả, là vô lý và vì thế mới lật ngược lại vấn đề rằng định luật 2 Newton không áp dụng được cho vật thể chuyển động có khối lượng thay đổi. Tuy nhiên, họ đã không để ý đến một chi tiết là khi đã giả thiết ngoại lực bằng 0 đồng nghĩa với khí không bị phụt ra từ tên lửa thì làm gì có chuyển động nào, cũng như có sự biến thiên nào về vận tốc lẫn khối lượng? Tức là vế trái của (21) cũng lập tức = 0 là đúng chứ? Ngoài ra, họ còn cho rằng rằng phương trình (21) không thoả mãn bất biến Galileo mà chỉ có phương trình (8). Song, điều này thật phi lý, vì (21) được viết trong HQC quán tính *XOY* nên đương nhiên nó phải bất biến đối với biến đổi Galileo với mọi HQC quán tính khác. Các tác giả đã mắc phải sai lầm mà cho đến mãi sau này vẫn còn nhiều người lặp lại là cho rằng tên lửa có khối lượng m_t là một vật thể cô lập nên việc cho ngoại lực bằng 0 là đương nhiên, trong khi vẫn lấy đạo hàm động lượng ở vế trái của (18) [3, 4].

Cho tới nay, ở đâu đó có người vẫn sử dụng biểu thức (21) một cách chiếu lệ, để rồi tìm cách loại bỏ đi thành phần $-V_t dm_t/dt$ với lý do rất không xác đáng như cho rằng HQC để viết phương trình chuyển động cùng với tên lửa nên $V_t = 0$ như ở [6] – đây lại là tài liệu chính thức của NASA?

Tóm lại, ta có nhận xét rằng biểu thức (23) cho ta biết giá trị lực tác động tổng hợp lên tên lửa đã tăng thêm một lượng bằng $-V_t dm_t/dt$ so với giá trị tính theo biểu thức truyền thống (1) hoặc (8). Điều này là có thể hiểu được vì lúc này vật chuyển động có khối lượng thay đổi theo hướng giảm dần chứ không còn là hằng số nữa nên gia tốc của nó sẽ phải tăng lên, mà như thế có khác gì một vật có khối lượng không đổi, nhưng nhận thêm lực tác động để có được gia tốc lớn hơn nữa đâu? Tức là chừng nào nhiên liệu còn bị đốt cháy và phụt ra khỏi tên lửa ($dm_t/dt \neq 0$) thì chừng đó tên lửa còn được gia tốc thêm ($dV_t/dt \neq 0$).

Nên lưu ý rằng các véc tơ vận tốc $\mathbf{V}_{td}$ và $\mathbf{V}_t$ đều có thể được so với cùng một HQC *XOY* như đã nói ở trên chỉ khi $\mathbf{V}_K = 0$. Nếu $\mathbf{V}_K$ = const ≠ 0, cần phải cộng thêm vào các véc tơ vận tốc trong (22) vận tốc $\mathbf{V}_K$ này, song do đạo hàm của nó lại bằng 0 và hiệu ($\mathbf{V}_{nl} - \mathbf{V}_t$) lúc này cũng vẫn không thay đổi nên dạng của (22) vẫn giữ nguyên. Nhưng vấn đề sẽ khác khi $\mathbf{V}_K \neq$ const do cả hệ chịu tác động của ngoại lực như lực hấp dẫn, lực cản khí động của khí quyển v.v.. Khi đó, không chỉ phải bổ sung ngoại lực vừa nói vào phương trình chuyển động mà ngay cả các đại lượng vận tốc liên quan tới khối tâm *K* đang chuyển động phi quán tính cũng phải được tính đến. Ví dụ, nếu có sự ảnh hưởng của lực hấp dẫn $\mathbf{P}_t$ của Trái đất tác động lên tên lửa, cần phải viết:

$$m_t \frac{d(\mathbf{V}_t + \mathbf{V}_K)}{dt} = [(\mathbf{V}_{td} + \mathbf{V}_K) - (\mathbf{V}_t + \mathbf{V}_K)]\frac{dm_t}{dt} + \mathbf{P}_t$$

hay

$$m_t \frac{d(\mathbf{V}_t + \mathbf{V}_K)}{dt} = (\mathbf{V}_{td} - \mathbf{V}_t)\frac{dm_t}{dt} + \mathbf{P}_t \qquad (24)$$

Nghiệm của (24) bây giờ chắc chắn sẽ còn khác nữa so với (6), vốn là kết quả đang được sử dụng trong động lực học tên lửa hiện nay.

Điều nhầm lẫn về tính cô lập của cả hệ tên lửa có khối lượng m_K với phần tên lửa chỉ có khối lượng m_t đã dẫn đến một kết quả sai như vừa nói là đã rõ. Vấn đề chỉ còn là xác định mức độ sai đến đâu thôi. Hơn nữa, có một thực tế là hầu như tất cả các tên lửa được thiết kế ra đều không thể bay được như dự kiến ở lần thử đầu tiên. Lý do vẫn chỉ được cho là do các yếu tố ảnh hưởng chưa tính hết của môi trường như khí quyển hay hấp dẫn và bất quá là do chế tạo có sai sót v.v.. Và kỹ thuật tên lửa vẫn được coi là một kỹ thuật cao chỉ dành cho một số quốc gia công nghiệp phát triển.

Tuy nhiên, tất cả sự cố đã xảy ra đó liệu có căn nguyên từ sự bất hợp lý nội tại thuộc về nguyên lý không? Tức là liên quan tới phương trình (6) hay (9) không? Và tại sao người ta lại không giải trực tiếp từ định luật 2 Newton ở dạng (11), cũng tức là ở dạng (20) hay (22)? Việc làm sáng tỏ những tình tiết nói trên và hướng giải quyết chúng chính là nội dung của bài báo này.

II. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA TÊN LỬA

1) Phương trình chuyển động của tên lửa trong không gian tự do

Trong không gian tự do không có tác động của ngoại lực, cụ thể là lực hấp dẫn hay lực cản khí động, phương trình chuyển động của tên lửa có dạng (23). Ta sẽ biến đổi nó về dạng:

$$\frac{dV_t}{V_{td} + V_t} = -\frac{dm_t}{m_t}$$

rồi lấy tích phân cả hai vế:

$$\int \frac{dV_t}{V_{td} + V_t} = -\int \frac{dm_t}{m_t}$$

Nếu V_{td} = const (như trên thực tế đảm bảo được), ta có:

$$\ln(V_{td}+V_t) = -\ln m_t + C_1 \tag{25}$$

Từ điều kiện ban đầu t = 0; $V_t = V_0$; $m_t = m_0$, ta có thể xác định hằng số tích phân C_1 từ (25):

$$C_1 = \ln(V_{td}+V_0) + \ln m_0$$

Thay biểu thức của C_1 này vào (25) rồi rút gọn lại, ta được:

$$\ln\frac{V_{td}+V_t}{V_{td}+V_0} = \ln\frac{m_0}{m_t}$$

$$\frac{V_{td}+V_t}{V_{td}+V_0} = \frac{m_0}{m_t}$$

$$V_t = (V_{td}+V_0)\frac{m_0}{m_t} - V_{td} \tag{26}$$

Trong trường hợp V_0 = 0, ta có: $$V_t = V_{td}\left(\frac{m_0}{m_t} - 1\right) \tag{27}$$

So sánh (27) với (7) khi V_0 = 0, ta thấy có sự sai khác rất rõ. Các tính toán cụ thể chỉ ra rằng ở tốc độ dưới 1 km/s. sai lệch giữa hai công thức này (γ) chỉ dưới 10%, nhưng ở tốc độ cao, sai lệch rất rõ, cụ thể là với tốc độ vũ trụ cấp I: γ = 56,7%; với tốc độ vũ trụ cấp II: γ = 76,8%; với tốc độ vũ trụ cấp III: γ = 108,9%.

2) Phương trình chuyển động của tên lửa trong trường hấp dẫn

a) Trường hợp phóng thẳng đứng

Khi phóng tên lửa theo chiều thẳng đứng, ta vẫn có phương trình chuyển động tương tự như (23), chỉ khác là cần bổ sung thêm trọng lực $P_t = m_t g$ vào vế phải của nó, nhưng với dấu "–" vì chiều của trọng lực luôn hướng xuống dưới chống lại chuyển động:

$$m_t\frac{dV_t}{dt} = (V_{td}+V_t)\frac{dm_t}{dt} - P_t$$

Ta cũng sẽ biến đổi nó về dạng: $$\frac{dV_t}{V_{td}+V_t} = -\frac{dm_t}{m_t} - \frac{gdt}{V_{td}+V_t}$$

rồi lấy tích phân cả hai vế: $$\int\frac{dV_t}{V_{td}+V_t} = -\int\frac{dm_t}{m_t} - \int\frac{gdt}{V_{td}+V_t} \tag{28}$$

Vì trong trường hợp chung, không lấy được tích phân (28) nên ta sẽ tìm nghiệm ở hai dạng thường gặp khi $g \approx$ const (độ cao quỹ đạo của tên lửa không lớn so với bán kính Trái đất) và:

- Khi $V_t \ll V_{td}$, đó là trường hợp của các tên lửa dùng trong quân sự hay giai đoạn đầu mới rời bệ phóng của tên lửa vũ trụ; giá trị này là dưới 1km/s khi V_{td} thực tế có thể đạt được vào khoảng ~6 km/s. Khi đó, nếu đảm bảo được V_{td} = const như trên thực tế công nghệ tên lửa hiện đại, ta có (28) ở dạng:

$$\frac{V_t}{V_{td}} = -\ln m_t - \frac{gt}{V_{td}} + C_2 \tag{29}$$

Từ điều kiện ban đầu t = 0; $V_t = V_0$; $m_t = m_0$, ta có thể xác định hằng số tích phân C_2 từ (29):

$$\frac{V_0}{V_{td}} + \ln m_0 = C_2$$

Thay biểu thức của C_2 này vào (29) rồi rút gọn lại, ta được:

$$V_t - V_0 = V_{td} \ln \frac{m_0}{m_t} - gt \tag{30}$$

Ta thấy rằng biểu thức (30) này hoàn toàn giống với biểu thức (10) nhận được từ phương trình (8), tuy nhiên có một điểm khác biệt rất lớn đó là phạm vi áp dụng: Chỉ đối với các tốc độ $V_t << V_{td}$ (cụ thể là nhỏ dưới 1 km/s), đó là điều không được động lực học tên lửa trước đây tính đến mà vẫn áp dụng (10) với mọi tốc độ. Đó cũng là lý do khiến cho việc áp dụng (7) gặp phải sai số lớn so với (27) ở tốc độ trên 1 km/s như đã thấy ở Mục II.1 ở trên.

- Từ thời điểm $t = t_1$, khi V_t đạt tới giá trị so sánh được với V_{td}, (28) có thể được viết lại với biến thời gian mới là $\tau = t - t_1$: đủ

$$\int \frac{dV_\tau}{V_{td} + V_\tau} = -\int \frac{dm_\tau}{m_\tau} - \int \frac{gd\tau}{V_{td} + V_\pi} \tag{31}$$

Có thể biểu diễn V_τ dưới dạng:

$$V_\tau = V_1 + a\tau \tag{32}$$

với a = const; V_1 là tốc độ của tên lửa ở cuối giai đoạn tăng tốc tính theo (30) tại thời điểm t_1:

$$V_1 = V_{td} \ln \frac{m_0}{m_1} - gt_1 + V_0$$

Khi đó, nếu đảm bảo được điều kiện V_{td} = const, từ (31), ta có:

$$\ln(V_{td} + V_\tau) = -\ln m_\tau - \frac{g}{a} \ln(V_{td} + V_\tau) + C_3 \tag{33}$$

Biến đổi (33) về dạng:

$$\ln(V_{td} + V_\tau)^{\frac{g}{a}+1} = -\ln m_\tau + C_3 \tag{34}$$

Từ điều kiện ban đầu $\tau = 0$; $V_\tau = V_1$; $m_\tau = m_1$, ta có thể xác định hằng số tích phân C_3 từ (34):

$$C_3 = \ln m_1 + \ln(V_{td} + V_1)^{\frac{g}{a}+1}$$

Thay biểu thức của C_3 này vào (33) rồi rút gọn lại, ta được:

$$\frac{V_{td} + V_\tau}{V_{td} + V_1} = \left(\frac{m_1}{m_\tau}\right)^{\frac{a}{g+a}}$$

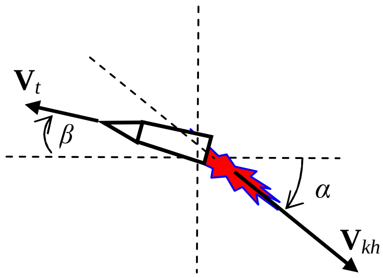
Từ đây, ta rút ra được:

$$V_\tau = (V_{td} + V_1)\left(\frac{m_1}{m_\tau}\right)^{\frac{a}{g+a}} - V_{td} \tag{35}$$

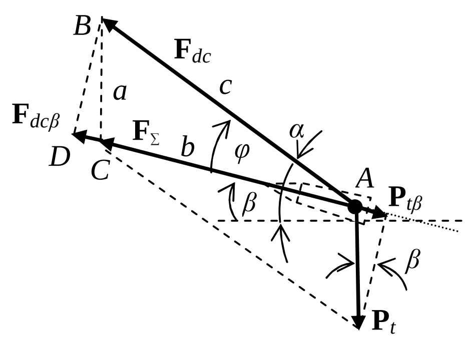
b) Trường hợp phóng xiên góc

Khi tên lửa được đặt xiên một góc α so với phương nằm ngang như trên Hình 2a, tuy khí phụt ra cũng theo góc α đó, nhưng tên lửa lại không bay theo hướng ngược lại như hai trường hợp trước do có thêm tác động của trọng lực kéo tên lửa xuống dưới. Kết quả là hướng của véc tơ vận tốc $\mathbf{V}_t$ với $\mathbf{V}_{kh}$ không theo cùng một đường thẳng nên vận tốc tương đối $\mathbf{V}_{td}$ của khí phụt ra so với tên lửa không còn là tổng (3) như trước, mà sẽ nhỏ hơn. Tuy nhiên, để tính đến hiệu ứng này, ta vẫn sẽ giả sử $\mathbf{V}_{td}$ vẫn không thay đổi để tạo ra lực đẩy $\mathbf{F}_{dc}$ ngược lại như trước rồi tổng hợp với véc tơ trọng lực $\mathbf{P}_t$ để nhận được véc tơ lực tổng hợp $\mathbf{F}_\Sigma$ như trên Hình 2b. Đó cũng chính là hướng của vận tốc $\mathbf{V}_t$ của tên lửa vừa nói. Giá trị lực tổng hợp F_Σ này có thể xác định theo quy tắc hình bình hành lực:

$$F_\Sigma = \sqrt{F_{dc}^2 - 2F_{dc}P_B \sin\alpha + P_B^2} \tag{36}$$



a) Hướng vận tốc của tên lửa và vận tốc khí phụt ra trong trọng trường



b) Lực tổng hợp tác động lên tên lửa

Hình 2. Tên lửa được phóng đi theo góc $\beta < 90^{\circ}$

Mặt khác, hình chiếu của lực đẩy $\mathbf{F}_{dc}$ lên phương của $\mathbf{F}_\Sigma$, ký hiệu là $\mathbf{F}_{dc\beta}$, mới là lực đẩy thực sự của động cơ lúc này:

$$F_{dc\beta} = F_{dc}\cos\varphi \tag{37}$$

Trên Hình 2b là đoạn thẳng AD. Tương tự như vậy đối với trọng lực $\mathbf{P}_t$ sẽ là $\mathbf{P}_{t\beta}$:

$$P_{t\beta} = m_t g \sin\beta = m_t g_\beta \tag{38}$$

với ký hiệu:

$$g_\beta = g\sin\beta \tag{39}$$

Khi đó, ta còn có thể viết:

$$\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{F}_{dc\beta} + \mathbf{P}_{t\beta}$$

hay ở dạng modul:

$$F_\Sigma = F_{dc}\cos\varphi - P_t \sin\beta \tag{40}$$

Để xác định $F_{dc\beta}$ và P_β, ta phải tìm được các góc φ và β thông qua góc α như được biểu diễn trên Hình 2b và do đó, ta có thể viết:

$$\beta = \alpha - \varphi \tag{41}$$

Thay β từ (41) vào (40), ta được:

$$F_\Sigma = F_{dc}\cos\varphi + P_t \sin(\alpha - \varphi) \tag{42}$$

Lúc này, F_Σ được xác định theo (36). Biến đổi lượng giác (42) về dạng:

$$F_\Sigma = F_{dc}\cos\varphi + P_t(\sin\alpha\cos\varphi - \sin\varphi\cos\alpha) \tag{43}$$

hay

$$\frac{F_\Sigma}{P_t\cos\alpha} = \frac{(F_{dc} + P_t\sin\alpha)}{P_t\cos\alpha}\cos\varphi - \sin\varphi \tag{44}$$

Đặt:

$$A = \frac{F_\Sigma}{P_t\cos\alpha}\ ;\quad B = \frac{(F_{dc} + P_t\sin\alpha)}{P_t\cos\alpha} \tag{45}$$

rồi viết lại (44) ở dạng: $$A = B\cos\varphi - \sin\varphi \tag{46}$$

Vì $F_{dc} > P_t \rightarrow B > 1$ nên ta đặt: $$B = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} > 1$$

Do đó, ta có: $$\theta = \frac{1}{\arctan B} \tag{47}$$

Thay (47) vào (46): $$A = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cos\varphi - \sin\varphi$$

rồi biến đổi đi, ta được: $$\varphi = \arccos(A\sin\theta) - \theta \tag{48}$$

Như vậy, qua các đại lượng đã biết F_Σ, F_{dc}, P_t và góc α, ta có thể xác định được các đại lượng còn lại. Bây giờ, ta đã có thể xem xét định luật 2 Newton ở dạng:

$$\frac{d(m_t\mathbf{V}_t)}{dt} = \mathbf{F}_{dc\beta} + \mathbf{P}_{t\beta} \tag{49}$$

hay $$m_t\frac{d\mathbf{V}_t}{dt} + \mathbf{V}_t\frac{dm_t}{dt} = -\frac{dm_t}{dt}\mathbf{V}_{td\beta} + m_t\mathbf{g}_\beta$$

Vì các véc tơ $\mathbf{F}_{dc}$ và $\mathbf{P}_t$ không trên cùng một đường thẳng nên véc tơ tổng hợp sẽ xác định theo đường chéo $\mathbf{F}_\Sigma$ nghiêng một góc $\beta < \alpha$ so với phương nằm ngang như đã thấy trên Hình 2b. Như vậy, sự ảnh hưởng của lực hấp dẫn không chỉ đơn thuần là thay g bằng $g_\alpha = g\sin\alpha$ – là hình chiếu của $\mathbf{g}$ lên phương của vận tốc khí $\mathbf{V}_{td}$ như trong phương trình (9), mà vì vận tốc thực của tên lửa $\mathbf{V}_t$ bây giờ nghiêng một góc $\beta < \alpha$ nên tác động của lực đẩy cũng như lực hấp dẫn được xem như hình chiếu của chúng lên phương đó. Do tất cả các véc tơ đều nằm trên cùng một đường thẳng nghiêng một góc β nên có thể viết lại phương trình (49) dưới dạng modul:

$$\frac{d(m_tV_t)}{dt} = F_{dc\beta} - P_{t\beta} = F_{dc}\cos\varphi - P_t\sin\beta$$

$$m_t\frac{dV_t}{dt} + V_t\frac{dm_t}{dt} = -\frac{dm_t}{dt}V_{td}\cos\varphi - m_t g\sin\beta$$

$$m_t\frac{dV_t}{dt} = -\frac{dm_t}{dt}(V_{td}\cos\varphi + V_t) - m_t g\sin\beta \tag{50}$$

Đặt: $$V_{td\beta} = V_{td}\cos\varphi;\quad g_\beta = g\sin\beta \tag{51}$$

Sau đó thay vào (50), ta được: $$\frac{dV_t}{V_{td\beta} + V_t} = -\frac{dm_t}{m_t} - \frac{g_\beta}{V_{td\beta} + V_t}dt \tag{52}$$

Lấy tích phân cả hai vế của (52): $$\int\frac{dV_t}{V_{td\beta} + V_t} = -\int\frac{dm_t}{m_t} - \int\frac{g_\beta}{V_{td\beta} + V_t}dt \tag{53}$$

So sánh phương trình (53) với phương trình (28), ta thấy chúng hoàn toàn như nhau về dạng, chỉ khác là V_{td} và g có thêm chỉ số dưới β đã được xác định theo (51). Chính vì vậy, nếu các góc β và φ là không đổi, ta vẫn sẽ áp dụng cả hai trường hợp đã xét với trường hợp phóng thẳng đứng và các biểu thức từ (29) đến (35) vẫn được áp dụng, chỉ cần thêm β vào các chỉ số dưới tương ứng; cụ thể là ta có hai biểu thức cuối cùng tương tự như (30) và (35):

- Khi $V_t << V_{td}$:
$$V_t - V_0 = V_{td\beta} \ln \frac{m_0}{m_t} - g_\beta t \quad (54)$$

Thay (51) vào (54), ta được:
$$V_t - V_0 = V_{td} \cos\varphi \ln \frac{m_0}{m_t} - gt \sin\beta \quad (55)$$

- Khi $V_t \sim V_{td}$:
$$V_\tau = \left(V_{td\beta} + V_1\right)\left(\frac{m_1}{m_\tau}\right)^{\frac{a}{g_\beta + a}} - V_{td\beta} \quad (56)$$

Thay (51) vào (56) rồi biến đổi về dạng thuận lợi hơn:
$$V_\tau = V_{td} \cos\varphi \left[\left(\frac{m_1}{m_\tau}\right)^{n_\beta} - 1\right] + V_1 \left(\frac{m_1}{m_\tau}\right)^{n_\beta} \quad (57)$$

với ký hiệu:
$$n_\beta = \frac{a}{g \sin\beta + a} \quad (58)$$

Từ các biểu thức (55) và (57), ta có nhận xét rằng sự ảnh hưởng của trọng trường Trái đất không chỉ có thể được hạn chế bởi thời gian phóng *t*, như kết luận cho đến nay của động lực học tên lửa, mà còn bởi góc phóng β. Từ (58) có thể thấy rất rõ là khi $\beta \to 0$, $\sin\beta \to 0$ nên n_β trong (57) $\to$ 1 làm tăng tốc độ V_τ, tức là gần như quay trở về với biểu thức (26) khi không có tác động của trọng lực, nhưng vẫn còn hệ số $\cos\varphi = \cos(\alpha - \beta) \to \cos\alpha < 1$ có xu thế làm giảm tốc độ V_τ của tên lửa. Tức là bên cạnh sự làm giảm ảnh hưởng của trọng lực tới số mũ của tỷ số m_1/m_τ, làm tăng V_τ thì việc $\beta \to 0$ cũng đồng nghĩa làm giảm lực đẩy hiệu dụng liên quan tới hệ số $\cos\varphi$, làm giảm V_τ. Cụ thể hơn là trong phạm vi thay đổi của β từ 0 (tương ứng với khi tên lửa bay ngang mặt đất) đến $\pi/2$ (tương ứng với khi tên lửa bay thẳng đứng), $\sin\beta$ thay đổi từ 0 tới 1, do đó, từ (58) có thể thấy n_β thay đổi từ giá trị nhỏ nhất bằng $a/(g+a)$ tới giá trị lớn nhất bằng 1. Ví dụ, nếu $a = g$, ta có $n_\beta = ½$. Trong khi đó, $\varphi = \alpha - \beta$ thay đổi từ giá trị lớn nhất bằng α cho tới giá trị nhỏ nhất bằng 0. Việc tìm một điểm tối ưu trong trường hợp này là tương đối phức tạp, vì liên quan tới các hàm mũ không phải số nguyên mà lại chứa hàm lượng giác. Thay vào đó, tác giả sẽ khảo sát một trường hợp riêng khi:

$$g_\beta << a, \quad (59)$$

tương ứng với việc phóng tên lửa lên quỹ đạo với góc β nhỏ và thời gian phóng cũng không quá ngắn như hiện nay, vì như trên vừa phân tích, khi đó chưa hẳn đã có lợi về mặt giảm tổn hao do hấp dẫn. Trong điều kiện này, từ (58) có thể thấy $n_\beta \approx 1$ nên (56) sẽ có dạng đơn giản:

$$V_\tau = (V_{td\beta} + V_1)\frac{m_1}{m_\tau} - V_{td\beta} \quad (60)$$

Thay (31) vào (60) rồi biến đổi đi, ta rút ra được biểu thức gia tốc chuyển động của tên lửa theo một góc nghiêng không đổi β = const:

$$a = \frac{V_{td\beta} + V_1}{\tau}\left(\frac{m_1}{m_\tau} - 1\right) = \frac{V_a(m_1 - m_\tau)}{tm_\tau} \quad (61)$$

ở đây ký hiệu:
$$V_a = V_{td\beta} + V_1. \quad (62)$$

Lấy đạo hàm của (61) rồi cho bằng 0 để xác định điều kiện cho a = const như lúc ban đầu đã giả định. Cụ thể là:

$$\frac{da}{d\tau}=\frac{d}{d\tau}\frac{(m_1-m_\tau)V_a}{tm_\tau}=$$

$$=\frac{-m_\tau V_a\tau\frac{dm_\tau}{d\tau}-(m_1V_a-m_\tau V_a)\left[m_\tau+\tau\frac{dm_\tau}{d\tau}\right]}{\tau^2m_\tau^2}=0$$

Từ đây ta có: $$m_\tau^2-m_1m_\tau=m_1\tau\frac{dm_\tau}{d\tau} \quad (63)$$

Biến đổi (63) về dạng: $$\frac{d\tau}{\tau}=m_1\frac{dm_\tau}{m_\tau^2-m_1m_\tau}$$

sau đó lấy tích phân cả hai vế: $$\int\frac{d\tau}{\tau}=m_1\int\frac{dm_\tau}{m_\tau^2-m_1m_\tau} \quad (64)$$

Tích phân ở vế trái của (64) có thể tính dễ dàng bằng:

$$A=\int\frac{d\tau}{\tau}=\ln\tau \quad (65)$$

Trong khi đó, tích phân bên vế phải của (64) ký hiệu là:

$$B=m_1\int\frac{dm_\tau}{m_\tau^2-m_1m_\tau} \quad (66)$$

với biểu thức ở mẫu số trong dấu tích phân có dạng tam thức bậc hai khuyết số hạng tự do: $m_\tau^2-m_1m_\tau$ với định thức $\Delta=-m_1^2$ nên ta có [7]:

$$B=\frac{1}{\sqrt{-\Delta}}\ln\left|\frac{2m_\tau-2\sqrt{-\Delta}}{2m_\tau+2\sqrt{-\Delta}}\right|=\ln\left|\frac{m_\tau-m_1}{m_\tau}\right|$$

$$B=\ln\left|\frac{m_\tau-m_1}{m_\tau}\right| \quad (67)$$

Thay (65) và (67) vào (64), có tính đến hằng số tích phân viết ở dạng ln*C*:

$$\ln\left|\frac{m_\tau-m_1}{m_\tau}\right|=\ln\tau+\ln C$$

Từ đây ta rút được: $$C=\frac{m_1-m_\tau}{m_\tau\tau} \quad (68)$$

Khi $t = t_1$, tức là $\tau = 0$ và $m_\tau = m_1$, có bất định dạng (0/0) nên ta vẫn để lại dạng chung (68) với lưu ý là C có thể nhận bất kỳ giá trị nào và do đó, rút ra được:

$$m_\tau=\frac{m_0}{C\tau+1} \quad (69)$$

Khối lượng nhiên liệu tiêu hao trong khoảng thời gian τ bằng:

$$m_{nl}=m_1-m_\tau$$

Thay m_τ từ (69) vào, ta được: $$m_{nl}=m_1\frac{C\tau}{1+C\tau} \quad (70)$$

Từ (70), có thể tính được tốc độ tiêu hao nhiên liệu:

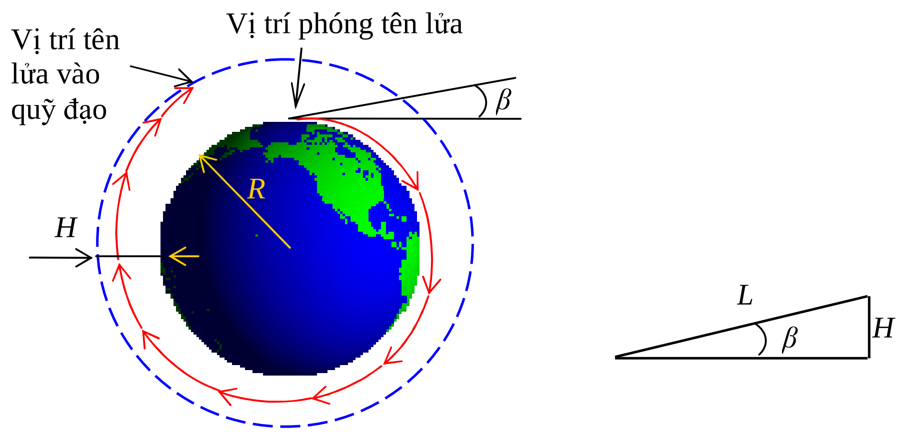
$$\delta_{nl} = \frac{dm_{nl}}{d\tau} = m_1 \frac{C}{(1+C\tau)^2}$$

$$\delta_{nl} = m_1 \frac{C}{(1+C\tau)^2} \tag{71}$$

Thay m_τ từ vào (69) vào (61), ta có: $$a = CV_a \tag{72}$$

Thay a từ (72) vào (31), ta được: $$V_\tau = V_1 + CV_a\tau \tag{73}$$

Các công thức từ (68) đến (73) cho phép ta tính toán toàn bộ thông số chuyển động của tên lửa được phóng đi theo một góc β = const đủ nhỏ sao cho điều kiện (59) được thoả mãn, tức là sinβ phải đủ nhỏ. Để xác định được điều kiện "đủ nhỏ" này, ta phải xuất phát từ yêu cầu về độ cao quỹ đạo H tương ứng với tốc độ quỹ đạo V_H mà tên lửa cần phải đạt được. Với cách phóng với góc β = const này, tên lửa sẽ tiếp cận vào quỹ đạo theo đường xoắn ốc như được chỉ ra trên Hình 3a.



a) Quỹ đạo bay của tên lửa b) Xác định độ nghiêng quỹ đạo

Hình 3. Cách phóng tên lửa theo đường xoắn ốc

Do $H << R$ – là bán kính Trái đất nên, một cách gần đúng, ta có thể duỗi toàn bộ quỹ đạo có chiều dài L thành một đoạn thẳng nghiêng một góc β và cùng với chiều cao H lập thành tam giác vuông như trên Hình 3b, qua đó có thể viết:

$$\sin\beta = \frac{H}{L} \tag{74}$$

với quãng đường L mà tên lửa đi được với gia tốc a = const trong khoảng thời gian T có thể được tính theo cách thông thường:

$$L = V_0 T + \frac{aT^2}{2} \tag{75}$$

Thay (75) vào (74), ta có: $$\sin\beta = \frac{2H}{2V_0 T + aT^2} \tag{76}$$

Nếu chấp nhận điều kiện có sai số γ (%) nào đó, ta có thể viết lại (59) cụ thể ở dạng:

$$a = \frac{g\sin\beta}{\gamma} \tag{77}$$

Thay (76) vào điều kiện (77), rồi biến đổi về dạng:

$$T^2a^2 + 2V_0Ta = \frac{2Hg}{\gamma}$$

hay:

$$T^2a^2 + 2V_0Ta - \frac{2Hg}{\gamma} = 0 \tag{78}$$

Giải phương trình (78) với ẩn số là *a*, ta được:

$$a = \frac{1}{T}\left(\sqrt{V_1^2 + \frac{2Hg}{\gamma}} - V_1\right) \tag{79}$$

Thay *a* vào (72) để xác định hằng số *C*:

$$C = \frac{1}{V_aT}\left(\sqrt{V_1^2 + \frac{2Hg}{\gamma}} - V_1\right) \tag{80}$$

Thay hằng số *C* này vào (73) với biến thời gian $\tau = T$, ta được tốc độ quỹ đạo tương ứng với quỹ đạo có độ cao *H*:

$$V_H = \sqrt{V_1^2 + \frac{2Hg}{\gamma}} \tag{81}$$

Vì tốc độ quỹ đạo V_H tương ứng với độ cao *H* là một thông số xác định, ví dụ tại quỹ đạo lân cận bề mặt Trái đất là 7,9 km/s, nên từ (81), ta có thể xác định sai số γ có thể chấp nhận được từ điều kiện (59) là:

$$\gamma = \frac{2Hg}{V_H^2 - V_1^2} \tag{82}$$

Ví dụ, V_H = 7.900 (m/s); V_1 = 600 (m/s); g = 9,8 (m/s^2); H = 150 (km), từ (82) ta tính được $\gamma \approx 4{,}7\%$ – là sai số được chấp nhận cho tất cả các tính toán chuyển động của tên lửa vừa trình bầy ở trên. Tại thời điểm $\tau = T$, ta có:

- Khối lượng nhiên liệu tiêu hao từ (70):

$$m_{nl} = m_1\frac{V_H - V_1}{V_H + V_{td\beta}} \tag{83}$$

- Tốc độ tiêu hao nhiên liệu từ (71):

$$\delta_{nl} = m_1\frac{V_H - V_1}{T(V_H + V_{td\beta})^2} \tag{84}$$

Điều quan trọng và khác biệt là với cách phóng tên lửa này, mức tiêu hao nhiên liệu theo (83) không còn phụ thuộc trực tiếp vào thời gian phóng *T*. Nhưng do ở mẫu số của (83) có chứa đại lượng $V_{td\beta} = V_{td}\cos\varphi$ như đã biết theo (51) mà $\varphi = \alpha - \beta$ nên việc thay đổi góc phóng β cũng sẽ ảnh hưởng tới m_{nl}, tức là vẫn chịu ảnh hưởng gián tiếp của thời gian phóng. Ta sẽ đánh giá cụ thể hơn sự ảnh hưởng này bằng cách xác định mức độ ảnh hưởng của góc phóng β lên thời gian phóng *T* thông qua biểu thức (76). Nếu góc phóng β đủ nhỏ, ta có cos $\beta \approx 1$. Mặt khác, từ (41) ta có: $\varphi = \alpha - \beta$ nên:

$$\cos\varphi = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \approx \cos\alpha + \sin\alpha\sin\beta$$

Vì vậy, có thể viết (51) ở dạng: $V_{td\beta} = V_{td}\cos\alpha + V_{td}\sin\alpha\sin\beta$

rồi thay vào (83):
$$m_{nl} = m_1 \frac{V_H - V_1}{V_H + V_{td}\cos\alpha + V_{td}\sin\alpha\sin\beta} \tag{85}$$

Bên cạnh đó, có thể viết (76) dưới dạng:
$$\sin\beta = \frac{2H}{(V_1 + V_H)T} \tag{86}$$

với lưu ý: $V_H = V_1 + aT$. Thay (86) vào (85) rồi biến đổi đi, ta được:
$$m_{nl} = m_1 \frac{(V_H^2 - V_1^2)T}{(V_H + V_{td}\cos\alpha)(V_1 + V_H)T + 2HV_{td}\sin\alpha} \tag{87}$$

Đặt: $(V_H^2 - V_1^2) = M$; $(V_H + V_{td}\cos\alpha)(V_1 + V_H) = N$; $2HV_{td}\sin\alpha = E$ là các đại lượng hầu như không phụ thuộc vào thời gian, rồi viết lại (87) ở dạng ngắn gọn:
$$m_{nl} = m_1 \frac{MT}{NT + E} = km_1 \tag{88}$$

với
$$k = \frac{MT}{NT + E}.$$

Nói "hầu như" là vì khi tăng thời gian phóng T cũng đồng nghĩa với việc giảm góc phóng β nhờ giảm α – là góc phụt ra của khí. Từ (86), có thể xác định được góc phóng phụ thuộc vào thời gian phóng T.

Từ các số liệu thực tế, ví dụ: V_H = 7,9 km/s; V_1 = 500 m/s; V_{td} = 6 km/s; H = 200 km; α = 2^o có thể tính được các hằng số $M \approx 6{,}1\text{x}10^7$ (m^2/s^2); $N \approx 1{,}2\text{x}10^8$ (m^2/s^2); $E \approx 8{,}4\text{x}10^8$ (m^2/s) và do đó, khi T thay đổi trong khoảng 2000÷6000 (s), hệ số k chỉ thay đổi không quá 0,8%, tức là trên thực tế, có thể coi như tiêu hao nhiên liệu không phụ thuộc vào thời gian phóng T, mà thay vào đó là tốc độ tiêu hao nhiên liệu δ_{nl} sẽ tỷ lệ nghịch với thời gian phóng theo quy luật (84) để duy trì điều kiện: a = const và β = const.

Trong trường hợp không duy trì điều kiện đó trên toàn bộ hành trình, mà chỉ trong từng khoảng thời gian $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ thì tất cả các công thức ở trên vẫn đúng trong từng khoảng thời gian τ_i đó, chỉ cần thay biến thời gian t bằng τ_i và tương ứng là tốc độ ban đầu V_1 cần được thay bằng các tốc độ ban đầu của từng giai đoạn V_{i-1}.

Các kết quả tính toán trên máy tính điện tử cho thấy mức độ tiêu hao nhiên liệu theo cách phóng mới này so với cách phóng truyền thống giảm đi khoảng hai lần, trong khi thời gian phóng tăng lên 9 lần, cụ thể là từ 10 phút như hiện nay lên đến ~90 phút. Điều này đồng nghĩa với việc giảm gia tốc cho tên lửa cũng khoảng gần bằng ấy lần.

III. KẾT LUẬN

1- Trong động lực học tên lửa cổ điển, đã có sự những nhầm lẫn dẫn đến các kết quả sai lầm về chuyển động của tên lửa, đặc biệt là với các tên lửa vũ trụ. Cụ thể là:

- Đã có sự nhầm lẫn về tính cô lập của cả hệ tên lửa có khối lượng tổng bao gồm cả khối lượng của tên lửa với khối lượng của khí phụt ra với phần tên lửa không bao gồm khí phụt ra. Lực đẩy của tên lửa do khí bị đốt cháy phụt ra là nội lực của cả hệ "tên lửa + khí phụt ra", nhưng lại là ngoại lực của phần tên lửa còn lại.

- Phương trình chuyển động của tên lửa nhận được vẫn được cho là theo định luật 2 Newton, nhưng thực chất vẫn chỉ là trường hợp riêng của định luật đó cho vật thể chuyển động có khối lượng không thay đổi. Phương trình đó thiếu hẳn một thành phần động lực học của phần khối lượng bị tiêu hao đi đúng theo định luật 2 Newton cho vật thể có khối lượng thay đổi; nó hoàn toàn khác với lực đẩy do khí bị đốt cháy phụt ra vừa nói tới ở mục trên.

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng để giải bài toán động lực học tên lửa, nhưng kết quả nhận được lại vẫn sử dụng cho trường hợp khi có tác động của lực trọng trường chỉ bằng một thao tác là cộng thêm lực đó vào phương trình cuối cùng mà lẽ ra đã phải giải lại từ đầu, vì khi đã xuất hiện trọng lực, định luật bảo toàn động lượng không còn đúng nữa.

- Từ tất cả những sai lầm kể trên, phương trình chuyển động của tên lửa nhận được chỉ ứng dụng được đối với các tên lửa có tốc độ nhỏ so với tốc độ của khí phụt ra, nhưng không thể áp dụng cho các tên lửa vũ trụ với tốc độ so sánh được với tốc độ khí phụt ra đó. Điều đáng tiếc là các kết quả sai lầm đó lại vẫn được áp dụng cho đến ngày nay.

2- Việc giải lại bài toán động lực học tên lửa theo đúng định luật 2 Newton cho các vật thể chuyển động với khối lượng thay đổi đã nhận được kết quả trong một số trường hợp riêng, qua đó, mở ra một hướng mới để giảm tổn thất do hấp dẫn trái với quan niệm truyền thống là giảm thời gian phóng tên lửa tới mức nhanh nhất có thể. Cụ thể là đề xuất giải pháp phóng tên lửa theo quỹ đạo xoắn ốc với thời gian phóng dài hơn, nhưng an toàn hơn, tiết kiệm nhiên liệu hơn.

Tài liệu tham khảo

[1] Е. И. Бутников, А. С. Кондратьев. *Физика 1 Механика*. Физматлит. Москва, 2000.

[2] Материал из Википедии — свободной энциклопедии. *Уравнение Мещерского*. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%9C%D0%B5%D1%89%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE#mw-navigation

[3] М. Баррер, А. Жомотт, Б. Ф. Вебек, Ж. Ванденкерхове. *Ракетные двигатели*. (Перевод с Англиского языка). Государственное научно-техническое издателбьтво Москва. 1962 г.

[4] Variable-mass system. http://en.wikipedia.org/wiki/Variable-mass_system

[5] Angel R. Platino and Juan C. Muzzio. *On the use and abuse of Newton's second law for variable mass problems*. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 53: 227-232. 2992. Kluwer Academic Publishers * Provided by the NASA Actrophysics Data System[2] Rocket propulsion. Rocket & Space Technology. http://www.braeunig.us/space/propuls.htm

[6] Ideal rocket equation. National Aeronaustic and Space Admiistration (NASA). http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/rktpow.html

[7] Bronstein Xemenđiaep. Handbook of mathematics for engineers and students of technical colleges. (Translated from Russian). Progress Publisher. Moscow.